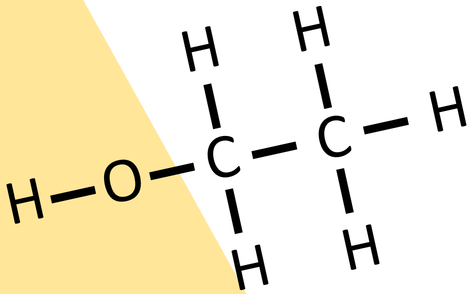
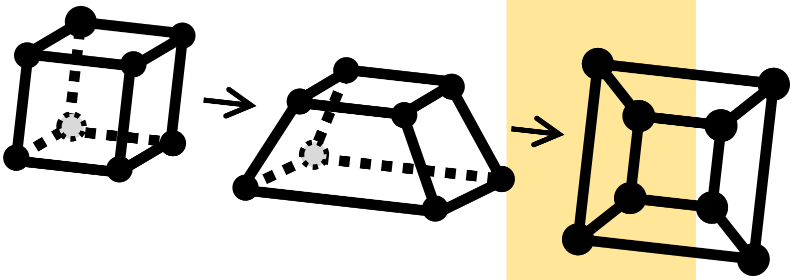
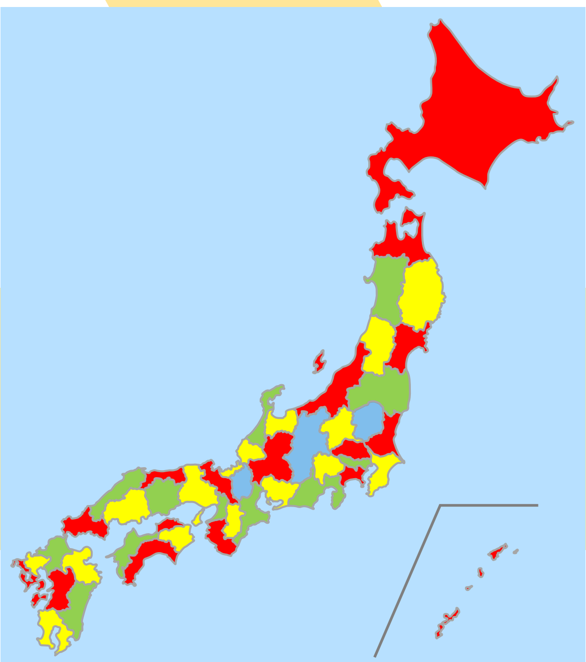
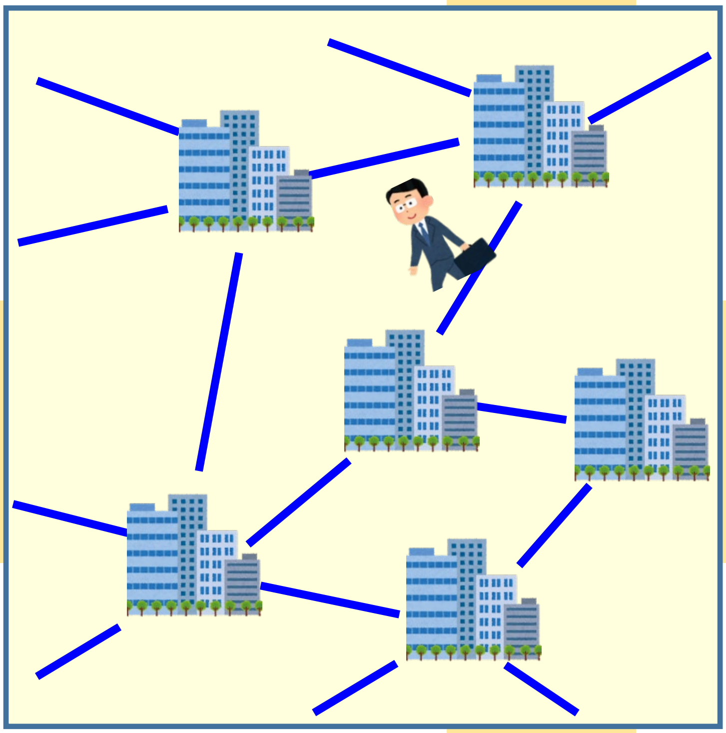
YNUの研究力 file No.20









グラフを利用しよう

横浜国立大学 大学院環境情報研究院
准教授

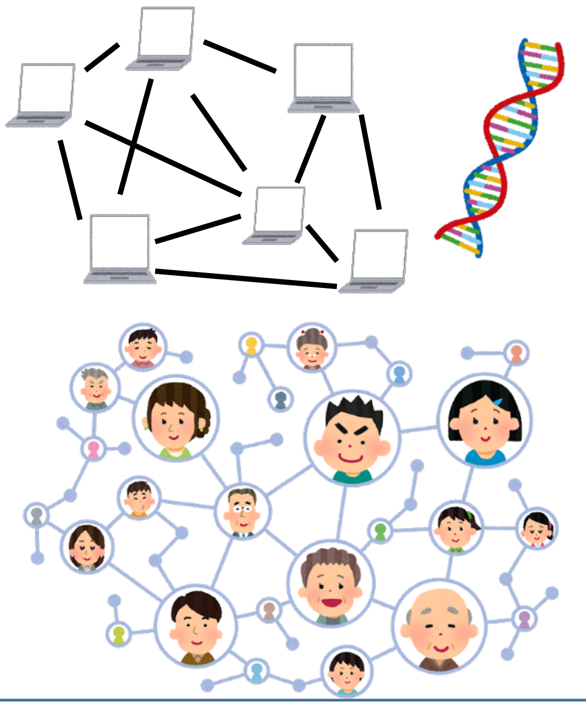
小関健太

グラフ理論 とは？

グラフというと，直線や放物線が思い浮かぶと思いますが，それとは別に，ものとそのつながりのこともグラフと呼ばれます．その構造を研究する分野がグラフ理論です．

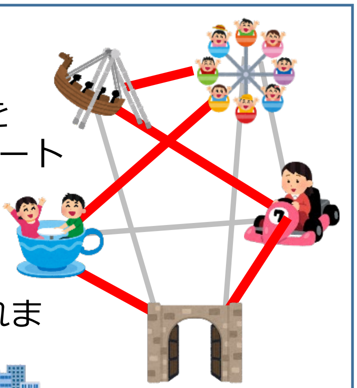
例えば，コンピュータの〝ネットワーク〟と呼ばれるものはグラフです．道路や鉄道，物流のネットワークもあります．他にも，ＳＮＳのフォローやＤＮＡ構造や，分子構造，多面体たちもグラフとして扱うことができます．

こんなものをグラフとして扱います

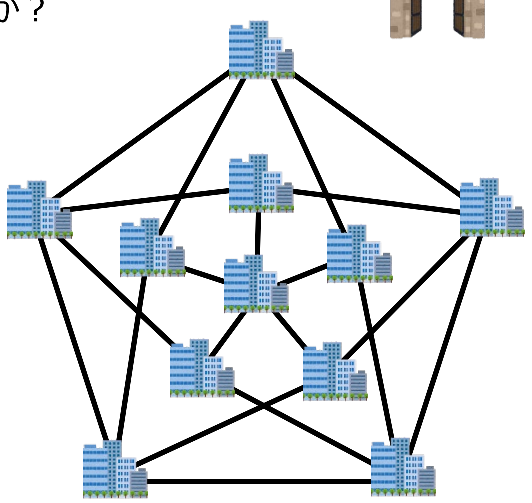


経路検索 をしよう

右：赤線は
全アトラクションを
ちょうど1回通るルート



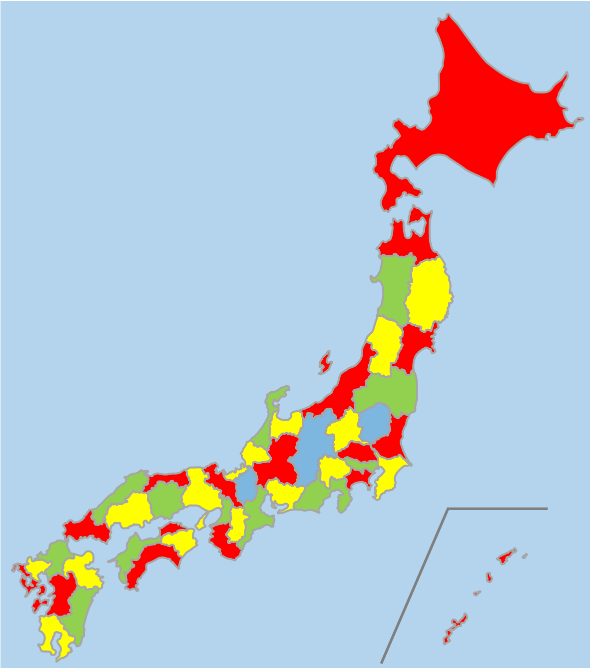
下： 全都市を
ちょうど1回通る
ルートを見つけられますか？

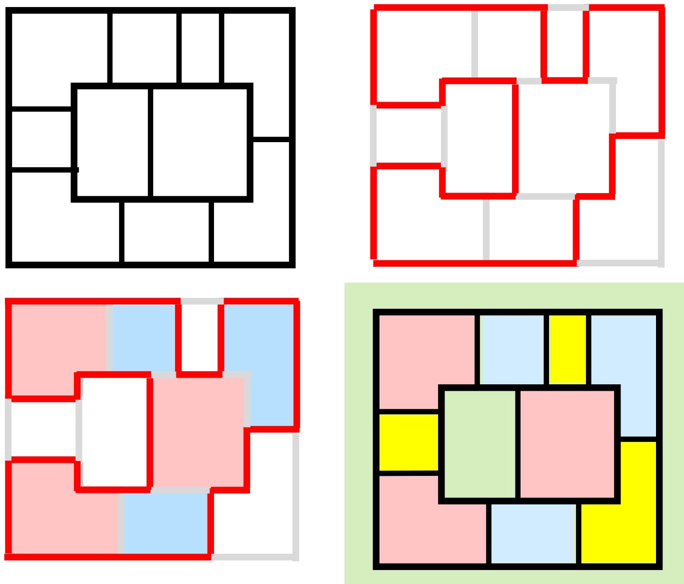


＊黒線の交差では，直進しかできません

どこかに出かけるとき，目的地までのルートを検索していませんか？ 現在地と目的地を入力すればすぐに教えてくれますが，どうやって調べているのでしょうか？
実は，これはグラフ理論の成果です．鉄道や道路のネットワークをグラフとして扱ってアルゴリズムを動かしています．
このような良い経路を見つけることがグラフ理論の1つのテーマになっています．

例えば左上の図のように，テーマパークで全アトラクションをちょうど 1回通るように効率よく回りたいと思います．そのようなルートも重要な研究対象です．
これについて1問出題しましょう．左の都市たちとそれを結ぶ黒線の道に対して，全都市をちょうど1回通るルートは見つかるでしょうか？ 11都市しかありませんが，これでも結構大変です．





(左上) ある地図
(右上) 全ての三叉路をちょうど1回通る経路
(左下) その経路の内部を赤と青で塗り分けた図
(右下) 経路の外も同様にして得られた塗り分け

地図の塗り分けと 四色定理

グラフ理論で最も有名な定理といえば四色定理でしょう．「どんな地図も 4色使えば塗り分けられる」という命題で，コンピュータを使って解かれたことで知られています．例えば左上の図は，日本の都道府県と海を塗り分けています．

四色定理を解くために様々な手法が開発され，また今も考え続けられています．その1つに経路探索を使った方法があるのですが，面白いので紹介しましょう．

右上の図のように，県境の黒線のみに注目し，そのすべての三叉路をちょうど 1回通る経路があるとします．このとき，その経路の内側の県を赤と青で交互に塗り，経路の外を緑と黄で交互に塗ることで，もとの地図の4色での塗り分けとなります．

すべての三叉路をちょうど1回通る経路がないと使えない方法ですが，経路探索と地図の塗り分けという一見無関係のものが結びつくのが面白いところです．このような「隠された関係を見つけること」が数学研究のだいご味だと思っています．

この研究に取り組んでいるのは

小関 健太 (おぜき けんた)

横浜国立大学 理工学部／大学院 環境情報研究院 准教授

慶應義塾大学 理工学研究科 博士後期課程修了。博士（理学）。

国立情報学研究所 特任助教を経て現職。ゲーム・パズルが好きで，その気持ちを持って楽しく研究をしています．

研究室URL：http://tgt.ynu.ac.jp/ozeki/

本棚
参考図書のご紹介

高校生向け書籍

「四色問題」R. ウィルソン (著)，茂木健一郎 (訳)，新潮社

「ガードナーの数学パズル・ゲーム (完全版 M. ガードナー数学ゲーム全集1 ～4)」マーティン・ガードナー (著)，岩沢宏和，上原龍平 (訳)，日本評論社

より詳しく知りたい人は（専門向け）

「例題で学ぶグラフ理論入門」 安藤清，土屋守正，松井泰子 (著)，森北出版

「離散数学への招待 上・下」J. マトウシェク，J. ネシェトリル (著)，根上生也，中本敦浩 (訳)，丸善出版

最近の論文

1) A. Nakamoto, K. Noguchi, and K. Ozeki, Extension to 3-colorable triangulations, SIAM J. Discrete Math. vol.33 (2019) pp. 1390-1414.

2) K. Ozeki and C.T. Zamfirescu, Every 4-connected graph with crossing number 2 is hamiltonian, SIAM J. Discrete Math. Vol. 32, (2018) pp. 2783—2794.